

МБОУ «Гимназия №2 «Квантор»

ИЗ ИСТОРИИ
ЧИСЕЛ

Учитель информатики и ИКТ Лагутин А.А.

ИСТОРИЯ ЧИСЕЛ.

Подсчитывать числа люди научились еще в каменном веке – палеолите, десятки тысяч лет назад. Сначала люди лишь на глаз сравнивали разные количества одинаковых предметов. Они могли определить, в какой из двух куч больше плодов, в каком стаде больше животных и т.п.

Затем в человеческом языке появились числительные, и люди смогли называть число предметов, животных, дней. Обычно таких числительных было мало. Например, у племени реки Муррей в Австралии было два простых числительных: 1 – «энэа» и 2 – «петчевал». Другие числа они выражали составными числительными: 3 – «петчевал-энэа», 4 – «петчевал-петчевал» и т. д.

У многих народов название числа зависело от подсчитываемых предметов. Например, жители остров Фиджи число 10 называли «боло», считая лодки, «каро» – , считая кокосовые орехи. Аналогично поступали живущие на Сахалине и берегах Амура нивхи. Мы и сейчас используем разные числительные со значением «много»: «толпа», «стадо», «стая», «куча» и т.д.

С развитием производства и торгового обмена люди стали лучше понимать, что общего у двух лодок и двух быков, десяти яблок и десяти стрел. Племена часто вели обмен «предмет за предмет»; к примеру, обменивали 5 фруктов на 5 рыб. Таким образом, было замечено, что число 5 одно и то же и для фруктов, и для рыб. Значит, называть его можно одним словом.

Постепенно люди начали использовать для счета камешки, палочки, части собственного тела, например, пальцы рук или ног. Так возникли нумерации, основанные на счете пятерками, десятками, двадцатками.

Для записи чисел до возникновения письменности использовали зарубки на палках, насечки на костях, узелки на веревках. Когда появилась письменность, появились и цифры для записи чисел. Сначала цифры напоминали зарубки на палках: в Египте и Вавилоне, в Этрурии и Финикии, в Индии и Китае небольшие числа записывали палочками или черточками. Например, число 5 записывали пятью палочками. Индейцы ацтеки и майя вместо палочек использовали точки. Затем появились специальные знаки для некоторых чисел, таких, как 5 и 10 (например, римские цифры).

Многообразие чисел.

Существуют ли не интересные числа? На этот вопрос мэтр популярной математики Мартин Гарднер дает отрицательный ответ с обоснованием: разделим все числа на две части – интересные и не интересные. Самое маленькое число из не интересной части автоматически становится интересным и переходит в «интересную» часть. Продолжаем процесс до бесконечности... Это, конечно, шутка, но, тем не менее, предлагаю вашему вниманию первую сотню интересных чисел. Это начало более крупной задумки, ее, как теперь модно говорить, «демо-версия», возможны неточности в терминологии или даже ошибки, буду благодарен всем, приславшим дополнения. Итак, вперед!

о (ноль) Величайшее изобретение человеческого разума, давшего исходный импульс развитию математике как таковой. Согласитесь – невероятно трудно придумать «ничего», дать ему имя и использовать в вычислениях. Интересная статья Роберта Каплана об истории «нуля» напечатана в октябрьском номере этого года Scientific American (и начинается с таинственных закорючек в клинописных посланиях Месопотамии 5000 летней давности. Самые интересные свойства – на ноль нельзя делить, ноль, будучи показателем степени, приравнивает любое число к единице. Умножение на ноль дает ноль. Сложение и вычитание его результат не меняет. Использование нуля позволяет создавать позиционные системы счисления (в отличие, например, от римских цифр, обходившихся без нуля). О следующих числах предельно кратко.

- 1 - Дает тождество при умножении. Равно любому числу в нулевой степени.
- 2 - Единственное четное простое число.
- 3 - Число размерностей пространства, в которых мы живем. Единственное число, равное сумме всех меньших чисел – естественно, речь все время идет о целых числах. Имеет горизонтальную ось симметрии.
- 4 - Наименьшее число цветов для раскраски карты на плоскости. Тетраэдральное число.
- 5 - Число Платоновых многогранников. Пятое число из последовательности Фибоначчи. Пирамидальное число.
- 6 = 3! - Наименьшее совершенное число. Треугольное число.
- 7 - Наименьшее число сторон многоугольника, которым нельзя замостить плоскость. Шестиугольное число.
- 8 - Наибольший куб в последовательности Фибоначчи. Имеет горизонтальную и вертикальную оси симметрии.
- 9 - Максимальное число кубов, необходимое для представления в виде их суммы любого положительного целого числа.
- 10 - Основание нашей системы счисления. Число топологически различных фигур из 5 спичек. Тетраэдральное и треугольное число.

- 11 - Наибольшее количество кусков, на которые делят круг 4 прямые линии. Имеет горизонтальную ось симметрии.
- 12 - Наименьшее число, имеющее 4 делителя. Количество плиток пентамино.
- 13 - Число Архимедовых многогранников. Число из последовательности Фибоначчи. Перестановочное (с 31) простое число.
- 14 - Четвертое число Каталана. Пирамидальное число.
- 15 - Четвертое число последовательности Белла. Треугольное число. Произведение первых трех нечетных чисел. Количество сочетаний четырех чисел из шести.
- 16 - Единственное число (кроме 1), выражаемое в форме $x^y=y^x$, а именно $2^4=4^2$.
- 17 - Количество вариантов узоров, построенных с использованием сдвигов, поворотов и отражений. Перестановочное (с 71) простое число.
- 18 - Единственное число, равное удвоенной сумме его цифр.
- 19 - Максимальное число четвертых степеней чисел, с помощью суммы которых можно выразить любое число. Шестиугольное число.
- 20 - Число топологически различных фигур из 6 спичек. Тетраэдральное число. Количество сочетаний трех чисел из шести.

- 21 - Число из последовательности Фибоначчи. Треугольное число. Количество сочетаний двух или четырех чисел из шести.
- 22 - Количество кусков, на которые делят круг 6 прямых линий.
- 23 - Количество деревьев с восемью звеньями.
- 24 = $4!$ - Самое большое число, которое делится на все числа, меньшие корня из него.
- 25 - Наименьшее число, которое можно представить как сумму двух квадратов.
- 26 - Наименьшее число не палиндром, квадратом которого является палиндром.
- 27 - Единственное (возможно?) число, у которого сумма цифр (9) суммы кубов цифр ($8+343=351$) с суммой цифр (18) куба суммы цифр (729) равна самому числу.
- 28 - Второе совершенное и одновременно треугольное число.
- 29 - Седьмое число Люка. Наибольшее количество кусков, на которые делят круг 7 прямых линий.
- 30 - Самое большое число, у которого все числа меньшие его и взаимно простые с ним простые. Пирамидальное число.

- 31 - Простое число Мерсенна. Перестановочное (с 13) простое число.
- 32 - Наименьшая 5-ая степень числа (исключая 1)
- 33 - Самое большое число, не равное сумме разных треугольных чисел. Имеет горизонтальную ось симметрии.
- 34 - Наименьшее число такое, что имеет равное количество делителей с ближайшими соседними числами. Число из последовательности Фибоначчи
- 35 - Количество плиток гексамино. Тетраэдральное число. Количество сочетаний трех или четырех чисел из семи.
- 36 - Наименьшее число (кроме 1), которое одновременно и квадратное и треугольное.
- 37 - Максимальное количество 5х степеней чисел, необходимое для выражения их суммой любого числа. Количество кусков, на которые делят круг 8 прямых линий. Шестиугольное число. Перестановочное (с 73) простое число.
- 38 - Наибольшее римское число (по длине) в лексикографической записи (XXXVIII).
- 39 - Три делителя этого числа пишутся одними и теми же цифрами.
- 40 - Максимальное число сфер, касающихся каждой сферы при плотнейшей упаковке их в пятимерном пространстве. Количество расстановок 7 ферзей на доске 7×7 не угрожающих друг другу.

- 41 - Наименьшее число, не выражаемое в форме $|2x - 3y|$. А его квадрат содержит в написании два квадрата.
- 42 - Пятое число Каталана. Количество вариантов плоскостей гексагексафлексагона.
- 43 - Количество гептиамондов. (Фигуры из 7 правильных треугольников)
- 44 - Количество вариантов перемешивания пяти предметов,
- 45 - Число Капрекара. Треугольное число. Количество сочетаний двух или восьми чисел из десяти.
- 46 - Количество участков, на которые делят круг 9 прямых линий.
- 47 - Наибольшее число кубов, из которых нельзя сложить куб. Количество деревьев с девятью звеньями.
- 48 - Наименьшее число, имеющее 10 делителей.
- 49 - Наименьшее число такое, что оно само и его ближайшие соседи имеют среди делителей квадраты.
- 50 - Наименьшее число, которое можно представить как сумму квадратов двумя способами. Число вариантов складывания полоски из 5 марок.

- 51 - Шестое число Мотзкина.
- 52 - Это пятое число Белла.
- 53 - Является одним из чисел n , которые служат делителем суммы n первых простых чисел.
- 54 - Наименьшее число, которое может быть представлено суммой трех квадратов тремя способами.
- 55 - Наибольшее треугольное число среди чисел Фибоначчи. Пирамидальное число.
- 56 - Количество вариантов Латинских квадратов. Тетраэдральное число.
- 57 = 111 по основанию 7.
- 58 - Половина, сумма цифр и сумма квадратов цифр – простые числа.
- 59 - Наименьшее число, представляемое четвертыми степенями чисел в форме $a^4+b^4-c^4$.
- 60 - Наименьшее число, имеющее своими делителями все числа от 1 до 6.

- 61 - Это шестое число Эйлера. Шестиугольное число.
- 62 - Наименьшее число, которое может быть представлено суммой трех квадратов двумя способами.
- 63 - Количество вариантов упорядочивания множества из 5 элементов.
- 64 - Наименьшее число, имеющее 7 делителей.
- 65 - Еще одно (как и 50) число, которое можно представить как сумму квадратов двумя способами.
- 66 - Треугольное число. Количество сочетаний двух или десяти чисел из двенадцати.
- 67 - Наименьшее число, которое будет палиндромным, если его представить по основанию 5 или 6.
- 68 - Попытка проследить последовательные суммы квадратов цифр сразу обрывается, так как ряд замыкается.
- 69 - интересно тем, что n_2 и n_3 вместе содержат все цифры.
- 70 - Количество сочетаний четырех элементов из восьми.

- 71 - Делитель суммы всех простых чисел, меньших его самого. Перестановочное (с 17) простое число.
- 72 - Максимальное число сфер, касающихся каждой сферы при плотнейшей упаковке их в шестимерном пространстве.
- 73 - Наименьшее из чисел (исключая 1), которое меньше удвоенного числа с перевернутыми цифрами ($37 \cdot 2 = 74$). Перестановочное (с 37) простое число.
- 74 - Одно из чисел с таким свойством, что сумма его с перевернутым числом равна квадрату суммы его цифр ($74 + 47 = 11^2$). Число областей, на которые делят плоскость 9 пересекающихся окружностей.
- 75 - Если сложить сумму цифр с их произведением и повторять эту операцию, то вскоре зациклимся на числе 39.
- 76 - Количество треугольников, которые можно сложить из зубочисток 6 цветов.
- 77 - Наибольшее число, которое не может быть представлено суммой ряда чисел, начиная с 1.
- 78 - Наименьшее число, которое может быть представлено суммой четырех квадратов тремя вариантами. Треугольное число. Количество сочетаний двух или одиннадцати чисел из тринадцати.
- 79 - Перестановочное простое число, так как 97 тоже простое.
- 80 - Наименьшее число n такое, что n и $n+1$ оба являются произведениями четырех и более простых чисел.

81 - Квадрат суммы цифр.

82 - Пятиугольное число.

83 - Еще одно из чисел с таким свойством, что сумма его с перевернутым числом равна квадрату суммы его цифр.

84 - Тетраэдральное число. Количество сочетаний трех или шести чисел из девяти. Количество областей, на которые делят пространство 7 сфер.000

85 - Если взять сумму квадратов цифр и повторять эту операцию, то вскоре попадем в замкнутое кольцо, в котором, что самое интересное, число 85 не участвует.

86 = 222 по основанию 6.

87 - Единственное ничем не примечательное число в первой сотне, этим и интересно :) 03.01.2002 Василий Данилов прислал сообщение о том, что 87 - сумма квадратов первых 4 простых чисел $87 = 2^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2$

88 - Единственное число из двух одинаковых цифр, квадрат которого содержит две пары одинаковых цифр. Имеет горизонтальную и вертикальную оси симметрии.

89 = 81 + 92 Число из последовательности Фибоначчи.

90 - Число десятков равно количеству делителей (не считая 1)

- 91 - Запишется как 10101 по основанию 3. Шестиугольное число. Самое большое число, для которого выполняется равенство $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = 1+2+3+\dots+m$, поэтому оно пирамидальное и еще и треугольное число.
- 92 - Число расстановок восьми ферзей на шахматной доске так, чтобы они не угрожали друг другу. Число областей, на которые делят плоскость 10 пересекающихся окружностей.
- 93 = 333 по основанию 5.
- 94 - Половина, сумма цифр и сумма квадратов цифр – простые числа.
- 95 - Количество вариантов разделения плоскости на 10 областей
- 96 - Наименьшее число, которое можно представить как сумму квадратов четырьмя способами.
- 97 - Наименьшее из чисел, три первых кратных которого содержат цифру 9. Перестановочное (с 79) простое число.
- 98 - Наименьшее из чисел, пять первых кратных которого содержат цифру 9.
- 99 - Число Капрекара, так как $99^2=9801$, а $98+01=99$.
- 100 - Наименьший квадрат, равный сумме кубов четырех последовательных чисел.

ЦИФРЫ И СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ. Интуитивное представление о числе, по-видимому, так же старо, как и само человечество, хотя с достоверностью проследить все ранние этапы его развития в принципе невозможно. Прежде чем человек научился считать или придумал слова для обозначения чисел, он, несомненно, владел наглядным, интуитивным представлением о числе, позволявшим ему различать одного человека и двух людей или двух и многих людей. То, что первобытные люди сначала знали только «один», «два» и «много», подтверждается тем, что в некоторых языках, например в греческом, существуют три грамматические формы: единственного числа, двойственного числа и множественного числа. Позднее человек научился делать различия между двумя и тремя деревьями и между тремя и четырьмя людьми. Счет изначально был связан с вполне конкретным набором объектов, и самые первые названия чисел были прилагательными. Например, слово «три» использовалось только в сочетаниях «три дерева» или «три человека»; представление о том, что эти множества имеют между собой нечто общее – понятие троичности – требует высокой степени абстракции. О том, что счет возник раньше появления этого уровня абстракции, свидетельствует тот факт, что слова «один» и «первый», равно как «два» и «второй», во многих языках не имеют между собой ничего общего, в то время как лежащие за пределами первобытного счета «один», «два», «много», слова «три» и «третий», «четыре» и «четвертый» ясно указывают на взаимосвязь между количественными и порядковыми числительными.

Названия чисел, выражающие весьма абстрактные идеи, появились, несомненно, позже, чем первые грубые символы для обозначения числа объектов в некоторой совокупности. В глубокой древности примитивные числовые записи делались в виде зарубок на палке, узлов на веревке, выложенных в ряд камешков, причем подразумевалось, что между пересчитываемыми элементами множества и символами числовой записи существует взаимно однозначное соответствие. Но для чтения таких числовых записей названия чисел непосредственно не использовались. Ныне мы с первого взгляда распознаем совокупности из двух, трех и четырех элементов; несколько труднее распознаются на взгляд наборы, состоящие из пяти, шести или семи элементов. А за этой границей установить на глаз их число практически уже невозможно, и нужен анализ либо в форме счета, либо в определенном структурировании элементов. Счет на бирках, по-видимому, был первым приемом, который использовался в подобных случаях: зарубки на бирках располагались определенными группами подобно тому, как при подсчете избирательных бюллетеней их часто группируют пачками по пять или десять штук. Очень широко был распространен счет на пальцах, и вполне возможно, что названия некоторых чисел берут свое начало именно от этого способа подсчета.

Важная особенность счета заключается в связи названий чисел с определенной схемой счета. Например, слово «двадцать три» – не просто термин, означающий вполне определенную (по числу элементов) группу объектов; это термин составной, означающий «два раза по десять и три». Здесь отчетливо видна роль числа десять как коллективной единицы или основания; и действительно, многие считают десятками, потому что, как отметил еще Аристотель, у нас по десять пальцев на руках и на ногах. По той же причине использовались основания пять или двадцать. На очень ранних стадиях развития истории человечества за основания системы счисления принимались числа 2, 3 или 4; иногда для некоторых измерения или вычислений использовались основания 12 и 60.

Считать человек начал задолго до того, как он научился писать, поэтому не сохранилось никаких письменных документов, свидетельствовавших о тех словах, которыми в древности обозначали числа. Для кочевых племен характерны устные названия чисел, что же касается письменных, то необходимость в них появилась лишь с переходом к оседлому образу жизни, образованием земледельческих сообществ. Возникла и необходимость в системе записи чисел, и именно тогда было заложено основание для развития математики.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0		▶		0	@	P	'	p	А	Р	а	■	Л	л	р	ё
1	☉	◀	!	1	A	Q	а	q	Б	С	б	■	Т	т	с	ё
2	☼	‡	"	2	B	R	б	г	В	Т	в	■	Т	т	т	ё
3	♥		#	3	C	S	с	s	Г	У	г	┆	Т	у	е	й
4	◆	¶	\$	4	D	T	d	t	Д	Ф	д	┆	—	ь	ф	й
5	♣	§	%	5	E	U	e	u	Е	Х	е	┆	+	г	х	й
6	♠	_	&	6	F	V	f	v	Ж	Ц	ж	┆	т	г	ц	у
7	•	±	'	7	G	W	g	w	З	Ч	э	┆	т	т	ч	у
8	■	↑	(8	H	X	h	x	И	Ш	и	┆	л	+	ш	°
9		↓)	9	I	Y	i	y	И	Щ	й	┆	л	┆	щ	°
A		→	ж	:	J	Z	j	z	К	Ъ	к	┆	л	г	ъ	•
B	♂	←	+	:	K	Г	k	г	П	Ы	п	┆	л	л	ы	┆
C	♀	┆	,	<	L	\	l	l	М	Ь	м	┆	л	┆	ь	№
D		⇄	-	=	M	Ј	m	ј	Н	Э	н	┆	┆	┆	э	□
E	♫	▲	.	>	N	^	n	~	О	Ю	о	┆	┆	┆	ю	•
F	⊗	▼	/	?	O	_	o	o	П	Я	п	┆	┆	┆	я	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	1	2	3	4	5	6	7	8
200	300	400	500	600	700	800	900	

ОБОЗНАЧЕНИЯ ЧИСЕЛ

Современная запись	Египетская (иероглифическая)	Египетская (иероглифическая)	Вавилонская	Греческая (аттический)	Греческая (ионическая)	Римская	Древнеегипетская	Индийская майя	Древнекитайская (палочки)	Древнекитайская (иероглифическая)	Индийская (древне-гарин)	Арабская (алфавит)	Арабская (словесная)	Арабская (словесная)
1	—	—	∟	—	Α	I	⋈	•	—	一	—	١	1	1
2	==	==	∟∟	==	Β	II	∟∟	••	==	二	2	٢	2	2
3	===	===	∟∟∟	===	Γ	III	∟∟∟	•••	===	三	3	٣	3	3
4	====	∟∟	∟∟∟	====	Δ	IIII	∟∟∟∟	••••	====	四	4	٤	4	4
5	=====	∟	∟∟∟∟	∟	Ε	V	∟∟∟∟∟	—	=====	五	5	٥	5	5
6	=====	∟∟	∟∟∟∟∟	∟∟	Ϝ	VI	∟∟∟∟∟∟	—•	=====	六	6	٦	6	6
7	=====	∟∟∟	∟∟∟∟∟∟	∟∟∟	Ζ	VII	∟∟∟∟∟∟∟	—••	=====	七	7	٧	7	7
8	=====	∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟	Η	VIII	∟∟∟∟∟∟∟∟	—•••	=====	八	8	٨	8	8
9	=====	∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟	Θ	IX	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••	=====	九	9	٩	9	9
10	∟	∟∟	∟∟∟∟∟∟	∟	Ι	X	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—•••••	∟	十	10	١٠	10	10
20	∟∟	∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟	Κ	XX	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••••	∟∟	二十	20	٢٠	20	20
30	∟∟∟	∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟	Λ	XXX	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—•••••••	∟∟∟	三十	30	٣٠	30	30
40	∟∟∟∟	∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟	Μ	XL	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••••••	∟∟∟∟	四十	40	٤٠	40	40
50	∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟	Ν	L	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—•••••••••	∟∟∟∟∟	五十	50	٥٠	50	50
60	∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟	Ξ	LX	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••••••••	∟∟∟∟∟∟	六十	60	٦٠	60	60
70	∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟	Ο	LXX	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—•••••••••••	∟∟∟∟∟∟∟	七十	70	٧٠	70	70
80	∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟	Π	LXXX	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••••••••••	∟∟∟∟∟∟∟∟	八十	80	٨٠	80	80
90	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	Ϟ	XC	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—•••••••••••••	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	九十	90	٩٠	90	90
100	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	Ρ	C	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••••••••••••	∟	百	100	١٠٠	100	100
200	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	Σ	CC	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—•••••••••••••••	∟∟	二百	200	٢٠٠	200	200
300	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	Τ	CCC	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••••••••••••••	∟∟∟	三百	300	٣٠٠	300	300
400	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	Υ	CD	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—•••••••••••••••••	∟∟∟∟	四百	400	٤٠٠	400	400
500	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	Φ	D	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••••••••••••••••	∟∟∟∟∟	五百	500	٥٠٠	500	500
600	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	Χ	DC	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—•••••••••••••••••••	∟∟∟∟∟∟	六百	600	٦٠٠	600	600
700	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	Ψ	DCC	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••~••••~••••~••••~	∟∟∟∟∟∟∟	七百	700	٧٠٠	700	700
800	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	Ω	DCCC	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••~••••~••••~••••~•	∟∟∟∟∟∟∟∟	八百	800	٨٠٠	800	800
900	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	Α	CM	∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟∟	—••••~••••~••••~••••~••	∟∟∟∟∟∟∟∟∟	九百	900	٩٠٠	900	900

Двоичная система счисления

Двоичная система счисления — это позиционная система счисления с целочисленным основанием 2. В этой системе счисления натуральные числа записываются с помощью всего лишь двух символов (в роли которых обычно выступают цифры 0 и 1).

Полный набор из 8 триграмм и 64 гексаграмм, аналог 3-битных и 4-битных цифр, был известен в древнем Китае в классических текстах книги Перемен. Порядок гексаграмм в книге Перемен, расположенных в соответствии со значениями соответствующих двоичных цифр (от 0 до 63), и метод их получения был разработан китайским учёным и философом Шао Юн в XI веке. Однако нет доказательств, свидетельствующих о том, что Шао Юн понимал правила двоичной арифметики, располагая двухсимвольные кортежи в лексикографическом порядке. Индийский математик Пингала (200 год до н.э.) разработал математические основы для описания поэзии с использованием первого известного применения двоичной системы счисления. Наборы, представляющие собой комбинации двоичных цифр, использовались африканцами в традиционных гаданиях (таких как Ифа) наряду со средневековой геомантией.

В 1605 году Френсис Бэкон описал систему, буквы алфавита которой могут быть сведены к последовательностям двоичных цифр, которые в свою очередь могут быть закодированы как едва заметные изменения шрифта в любых случайных текстах. Важным шагом в становлении общей теории двоичного кодирования является замечание о том, что указанный метод может быть использован применительно к любым объектам. (См. Шифр Бэкона)

Современная двоичная система была полностью описана Лейбницем в XVII веке в работе *Explication de l'Arithmétique Binaire*. В системе счисления Лейбница были использованы цифры 0 и 1, как и в современной двоичной системе. Как человек, увлекающийся китайской культурой, Лейбниц знал о книге Перемен и заметил, что гексаграммы соответствуют двоичным числам от 0 до 1111. Он восхищался тем, что это отображение является свидетельством крупных китайских достижений в философской математике того времени.

В 1854 английский математик Джордж Буль опубликовал знаковую работу, описывающую алгебраические системы применительно к логике, которая в настоящее время известна как Булева алгебра или алгебра логики. Его логическому исчислению было суждено сыграть важную роль в разработке современных цифровых электронных схем.

В 1937 Клод Шеннон представил к защите кандидатскую диссертацию "Символический анализ релейных и переключательных схем" в MIT, в которой булева алгебра и двоичная арифметика были использованы применительно к электронным реле и переключателям. На диссертации Шеннона по существу основана вся современная цифровая техника.

В ноябре 1937 Джордж Штибиц, впоследствии работавший в Bell Labs, создал на базе реле компьютер "Model K" (от англ. "Kitchen", кухня, где производилась сборка), который выполнял двоичное сложение. В конце 1938 Bell Labs развернула исследовательскую программу во главе со Штибицом. Созданный под его руководством компьютер, завершённый 8 января 1940, умел выполнять операции с комплексными числами. Во время демонстрации на конференции American Mathematical Society в Дартмутском колледже 11 сентября 1940 Штибиц продемонстрировал возможность посылки команд удалённому калькулятору комплексных чисел по телефонной линии с использованием телетайпа. Это была первая попытка использования удалённой вычислительной машины посредством телефонной линии. Среди участников конференции, бывших свидетелями демонстрации, были Джон фон Нейман, Джон Мокли и Норберт Винер, впоследствии писавшие об этом в своих мемуарах.

Убежденным сторонником использования индо-арабской десятичной системы счисления в торговой практике был известный итальянский математик Леонардо Пизанский (Фибоначчи), получивший математическое образование в арабских странах. В своем сочинении "Liber abaci" (1202) он писал:



Лаплас
(1749-1827)

"Девять индусских знаков - суть следующие: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. С помощью этих знаков и знака 0, который называется по-арабски zephirum, можно написать какое угодно число".

Здесь словом "zephirum" Фибоначчи передал арабское "as-sifr", являющееся дословным переводом индусского слова "sunya", то есть "пустое", служившее названием нуля. Слово "zephirum" дало начало французскому и итальянскому слову "zero" (нуль). С другой стороны, то же арабское слово "as-sifr" было передано через "ziffer", откуда произошли французское слово "chiffre", немецкое "ziffer", английское "cipher" и русское "цифра".

Лейбниц, однако, не рекомендовал двоичную арифметику для практических вычислений вместо десятичной системы, но подчеркивал, что "вычисление с помощью двоек, то есть 0 и 1, в вознаграждение его длиннот является для науки основным и порождает новые открытия, которые оказываются полезными впоследствии, даже в практике чисел, а особенно в геометрии: причиной чего служит то обстоятельство, что при сведении чисел к простейшим началам, каковы 0 и 1, всюду выявляется чудесный порядок".

Блестящие предсказания Лейбница сбылись только через два с половиной столетия, когда выдающийся американский ученый, физик и математик Джон фон Нейман предложил использовать именно двоичную систему счисления в качестве универсального способа кодирования информации в электронных компьютерах ("Принципы Джона фон Неймана").



Лейбниц (1646-
1716)

Таким образом, как подчеркивают многие выдающиеся математики, открытие вавилонянами позиционного принципа, а затем индусами десятичной системы счисления, основанной на позиционном принципе, а также разработку Лейбницем двоичной арифметики по праву можно отнести к разряду действительно эпохальных математических открытий, существенно повлиявших на развитие материальной культуры, в частности, на развитие компьютерной техники.

Почему же в теории чисел и в теоретической арифметике системам счисления не уделялось того внимания, которого они несомненно заслуживали? Все дело - в традиции. В античной науке, достигшей высокого уровня развития, впервые произошло сохранившееся до наших дней разделение математики на "высшую" куда относились геометрия и теория чисел, и "логистику" - прикладную науку о технике арифметических вычислений ("школьная" арифметика), геометрических измерениях и построениях. Уже со времени Платона логистика третировалась как низшая, прикладная дисциплина, не входящая в круг образования философа и ученого. Восходящее к Платону пренебрежительное отношение к школьной арифметике и ее проблемам, а также отсутствие какой-либо достаточно серьезной потребности в создании новых систем счисления в практике вычислений, которая в течение последних столетий всецело удовлетворялась десятичной системой, а в последние десятилетия - двоичной системой (в информатике), может служить объяснением того факта, что в теории чисел системам счисления не уделялось должного внимания и в этой части она не намного ушла вперед по сравнению с периодом своего зарождения.



Джон фон Нейман
(1903-1957)

Ситуация резко изменилась после появления современных компьютеров. Именно в этой области опять проявился интерес к способам представления чисел и новым компьютерным арифметикам. Все дело в том, что классическая двоичная система счисления обладает рядом принципиальных недостатков, главными из которых являются: проблема представления отрицательных чисел и "нулевая" избыточность классического двоичного способа представления чисел.

Особенно неприятен второй недостаток. "Нулевая" избыточность двоичного представления означает, что в системе счисления отсутствует механизм обнаружения ошибок, которые, к сожалению, неизбежно возникают в компьютерных системах под влиянием внешних и внутренних факторов. В условиях, когда человечество все больше становится заложником компьютерной революции и все чаще полагается на компьютер при решении сложнейших задач управления ракетами, самолетами, атомными реакторами, вопрос об эффективных механизмах обнаружения ошибок выдвигается на передний план. Ясно, что компьютеры, основанные на двоичной системе счисления, не всегда могут эффективно решать эту проблему.

Чтобы преодолеть указанные недостатки двоичной системы, уже на этапе зарождения компьютерной эры был выполнен ряд проектов и сделано несколько интересных математических открытий, связанных с системами счисления. Пожалуй, наиболее интересным проектом в этом отношении является троичный компьютер "Сетунь", разработанный в Московском университете под руководством Н. П. Брусенцова. Использование в нем так называемой троичной симметричной системы счисления для представления чисел впервые в истории компьютеров поставило знак равенства между отрицательными и положительными числами, позволив отказаться от различных "ухищрений" (обратный и дополнительный код), используемых для представления отрицательных чисел. Это обстоятельство, а также использование "троичной логики" при создании программ привело к созданию весьма совершенной архитектуры, которая и была воплощена в модели "Сетуни". Именно "Сетунь" является наиболее ярким историческим примером, подтверждающим влияние системы счисления на архитектуру компьютера!

Что касается выбора числа 10 в качестве основания десятичной системы счисления, то существует общепринятое мнение, что оно имеет "пальцевое" происхождение. Однако не следует забывать, что в древней науке число 10 всегда несло в себе особую смысловую нагрузку. Пифагорейцы называли его четверицей или тетрактидой. Говоря словами Эмпедокла в нем - "вечно текущей природы : корень источник". Четверица $10 = 1 + 2 + 3 + 4$ считалась у пифагорейцев одной из высших ценностей и являлась "символом всей Вселенной", так как содержала в себе четыре "основных элемента": единицу или "монаду", обозначающую, по Пифагору, дух, из которого проистекает весь видимый мир; двойку, или "диаду" ($2 = 1 + 1$), символизирующую материальный атом; тройку, или "триаду" ($3 = 2 + 1$), то есть символ живого мира; и наконец, четверку, или "тетраду", ($4 = 3 + 1$), соединявшую живой мир с монадой и поэтому символизировала целое, то есть "видимое и невидимое". А поскольку тетрактида $10 = 1 + 2 + 3 + 4$, то она выражала собой "Все". Таким образом, гипотеза о "гармоничном" происхождении числа 10 имеет не меньшее право на существование, как и "пальцевая".

В современной науке с развитием компьютерной техники на первые роли выдвинулась двоичная система счисления. Ее зачатки наблюдаются у многих народов. Например, у древних египтян широкое распространение получили методы умножения и деления, основанные на принципе удвоения. Изобретение двоичного способа нумерации приписывают китайскому императору Фо Ги, жизнь которого относится к 4-му тысячелетию до новой эры.



Леонардо Пизано
Фибоначчи (1170-
1228)

Оказывается, к открытию двоичной системы счисления имели отношение многие математики, в частности, Фибоначчи. В своей книге "Liber abaci" он сформулировал "задачу о выборе наилучшей системы весовых гирь для взвешивания грузов на рычажных весах". В русской историко-математической литературе эта задача известна под названием Баше-Менделеева в честь французского математика 17-го века Баше де Мезириака, поместившего ее в своем "Сборнике приятных и занимательных задач" (1612 г.), и выдающегося русского химика Дмитрия Ивановича Менделеева, который к концу жизни стал директором Главной Палаты мер и весов России и интересовался этой задачей по долгу своей службы.

Известно два варианта решения задачи Баше-Менделеева. Первый предполагает, что гири разрешается класть только на одну, свободную от груза чашу весов; при этом оптимальным решением является "двоичная система гирь": 1, 2, 4, 8, 16,.;, которая при взвешивании "порождает" двоичный способ представления чисел. При втором варианте гири разрешается класть на обе чаши весов; оптимальным решением при этом является "троичная система гирь": 1, 3, 9, 27,.;, которая при взвешивании "порождает" троичную симметричную систему счисления, которая и была положена Н. П. Брусенцовым в основу троичного компьютера "Сетунь".

Но автор двоичной арифметики в истории науки доподлинно известен: это известный немецкий математик Лейбниц (1646-1716), который в 1697 г. разработал правила двоичной арифметики. Лейбниц настолько был восхищен своим открытием, что в его честь выпустил специальную медаль, на которой были даны двоичные изображения начального ряда натуральных чисел - возможно, это был тот редкий случай в истории математики, когда математическое открытие было удостоено такой высокой почести.

Числа Фибоначчи

Леонардо из Пизы, известный как Фибоначчи, был первым из великих математиков Европы позднего Средневековья. Будучи рожденным в Пизе в богатой купеческой семье, он пришел в математику благодаря сугубо практической потребности установить деловые контакты. В молодости Леонардо много путешествовал, сопровождая отца в деловых поездках. Например, мы знаем о его длительном пребывании в Византии и на Сицилии. Во время таких поездок он много общался с местными учеными.

Числовой ряд, носящий сегодня его имя, вырос из проблемы с кроликами, которую Фибоначчи изложил в своей книге «Liber abacci», написанной в 1202 году:

Человек посадил пару кроликов в загон, окруженный со всех сторон стеной. Сколько пар кроликов за год может произвести на свет эта пара, если известно, что каждый месяц, начиная со второго, каждая пара кроликов производит на свет одну пару?

Можете убедиться, что число пар в каждый из двенадцати последующих месяцев месяцев будет соответственно 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...

Иными словами, число пар кроликов создает ряд, каждый член в котором — сумма двух предыдущих. Он известен как ряд Фибоначчи, а сами числа — числа Фибоначчи. Оказывается, эта последовательность имеет множество интересных с точки зрения математики свойств. Вот пример: вы можете разделить линию на два сегмента, так что соотношение между большим и меньшим сегментом будет пропорционально соотношению между всей линией и большим сегментом. Этот коэффициент пропорциональности, приблизительно равный 1,618, известен как золотое сечение. В эпоху Возрождения считалось, что именно эта пропорция, соблюденная в архитектурных сооружениях, больше всего радует глаз. Если вы возьмете последовательные пары из ряда Фибоначчи и будете делить большее число из каждой пары на меньшее, ваш результат будет постепенно приближаться к золотому сечению.

С тех пор как Фибоначчи открыл свою последовательность, были найдены даже явления природы, в которых эта последовательность, похоже, играет немаловажную роль. Одно из них — филлотаксис (листорасположение) — правило, по которому располагаются, например, семечки в соцветии подсолнуха. Семечки упорядочены в два ряда спиралей, один из которых идет по часовой стрелке, другой против. И каково же число семян в каждом случае? 34 и 55.



Семечки у
подсолнуха
упорядочены в две
спирали. Числа,
обозначающие
количество семечек
в каждой из
спиралей, являются
членами
удивительной
математической
последовательности

Римские цифры

Римские цифры — цифры, использовавшиеся древними римлянами в своей непозиционной системе счисления.

Натуральные числа записываются при помощи повторения этих цифр. При этом, если большая цифра стоит перед меньшей, то они складываются (принцип сложения), если же меньшая — перед большей, то меньшая вычитается из большей (принцип вычитания). Последнее правило применяется только во избежание четырёхкратного повторения одной и той же цифры.

Римские цифры появились около 500 лет до нашей эры у этрусков.

Римское
обозначение

1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

число	Римское обозначение
4	IV
8	VIII
9	IX
31	XXXI
46	XLVI
99	XCIX
666	DCLXVI
888	DCCCLXXXVIII
1668	MDCLXVIII
1989	MCMLXXXIX
2009	MMIX
3999	MMMCMXCIX

Довольно часто, чтобы выделить числа в тексте, над ними рисовали черту: LXIV. Иногда черту рисовали и сверху, и снизу: XXXII — в частности, так принято выделять римские цифры в русском рукописном тексте (в типографском наборе это не используют из-за технической сложности). У других авторов черта сверху могла обозначать увеличение значения цифры в 1000 раз: VM = 6000.

Повсеместно записывать число «четыре» как «IV» стали только в XIX веке, до этого наиболее часто употреблялась запись «IIII». Однако запись «IV» можно встретить уже в документах манускрипта «Forme of Cyru», датированых 1390 годом. На циферблатах часов в большинстве случаев традиционно используется «IIII» вместо «IV», главным образом, по эстетическим соображениям: такое написание обеспечивает визуальную симметрию с цифрами «VIII» на противоположной стороне, а перевёрнутую «IV» прочесть труднее, чем «IIII».

В русском языке римские цифры используются в следующих случаях:

Номер века или тысячелетия: XIX век, II тысячелетие до н. э.

Порядковый номер монарха: Карл V, Екатерина II.

Номер тома в многотомной книге (иногда — номера частей книги, разделов или глав).

В некоторых изданиях — номера листов с предисловием к книге, чтобы не исправлять ссылки внутри основного текста при изменении предисловия.

Маркировка циферблатов часов «под старину».

Иные важные события или пункты списка, например: V постулат Евклида, II мировая война, XXII съезд КПСС и т. п.

В других языках сфера применения римских цифр может иметь особенности, например, в западных странах римскими цифрами иногда записывается номер года.

Римские цифры предоставляют возможность записывать числа от 1 до 3999 (MMMCMXCIX). Для решения этой проблемы были созданы расширенные римские цифры.